

ZESTAW I

Zadanie 1 (4 pkt)

Rozwiąż nierówność $|x - 2| + |x + 1| \geq 3x - 3$.

Zadanie 2 (4 pkt)

Wielomian $W(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 24x + 9$ jest kwadratem wielomianu $P(x) = x^2 + cx + d$. Oblicz a oraz b .

Zadanie 3 (5 pkt)

Kąt α jest taki, że $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{4}{3}$. Oblicz wartość wyrażenia $|\cos \alpha - \sin \alpha|$.

Zadanie 4 (5 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $2x^2 + (3 - 2m)x - m + 1 = 0$ ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 takie, że $|x_1 - x_2| = 3$.

Zadanie 5 (5 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , dla $n \geq 1$, dane są $a_1 = -2$ oraz różnica $r = 3$. Oblicz największe n takie, że $a_1 + a_2 + \dots + a_n < 2012$.

Zadanie 6 (3 pkt)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c i d prawdziwa jest nierówność

$$ac + bd \leq \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{c^2 + d^2}.$$

Zadanie 7 (4 pkt)

Okrąg jest styczny do osi układu współrzędnych w punktach $A = (0, 2)$ i $B = (2, 0)$ oraz jest styczny do prostej l w punkcie $C = (1, a)$, gdzie $a > 1$. Wyznacz równanie prostej l .

Zadanie 8 (5 pkt)

W czworokącie $ABCD$ dane są długości boków: $|AB| = 24$, $|CD| = 15$, $|AD| = 7$. Ponadto kąty DAB oraz BCD są proste. Oblicz pole tego czworokąta oraz długości jego przekątnych.

Zadanie 9 (3 pkt)

Oblicz, ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 6 lub podzielnych przez 15.

Zadanie 10 (4 pkt)

Na płaszczyźnie dane są punkty $A = (3, -2)$, $B = (11, 4)$. Na prostej o równaniu $y = 8x + 10$ znajdź punkt P , dla którego suma $|AP|^2 + |BP|^2$ jest najmniejsza.

Zadanie 11 (5 pkt)

Podstawą ostrosłupa $ABCS$ jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AB| = 30$, $|BC| = |AC| = 39$. Spodek wysokości ostrosłupa należy do jego podstawy, a każda wysokość ściany bocznej poprowadzona z wierzchołka S ma długość 26. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 12 (3 pkt)

Zdarzenia losowe A, B są zawarte w Ω oraz $P(A \cap B') = 0,1$ i $P(A' \cap B) = 0,2$. Wykaż, że $P(A \cap B) \leq 0,7$ (A' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia A , B' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia B).